

Вычисление значения многочлена

$x^n = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$, где справа от знака равенства стоит n сомножителей x (n -ая степень переменной).

Одночлен – произведение числа на степень переменной.

Примеры. $3 \cdot x^2$, $\frac{7 \cdot x^{10}}{2}$, $-3.141562 \cdot x^6$

Многочлен – сумма, разность и произведение одночленов.

Примеры. $3 \cdot x^2 + 1$, $\frac{7 \cdot x^{10}}{2} - 4 \cdot x^3$, $(x^3 + 2)^4$
 $(x^2 + 2) \cdot (x^3 - 1)$, $x^3 + 2 \cdot x^{-1}$

Всякий многочлен можно привести к **стандартному виду** (без произведения одночленов).



Вычисление значения многочлена

Многочлены тождественно равны, если значения многочленов совпадают при любых значениях переменных, подставляемых в эти многочлены.

Пример. $(x + 1) \cdot (x - 1)$ и $x^2 - 1$

Тождественно равные многочлены имеют **одинаковый** стандартный вид.

Порядок выполнения арифметических действий определяется **старшинством операций**.

Чтобы **изменить порядок** выполнения действий, применяются **скобки**.



Вычисление значения многочлена

Степенью многочлена называют самую большую из степеней одночленов его составляющих.

Ограничение. Для подсчёта количества операций **в каждой команде** присваивания будет использовать только **по одной вычислительной операции**.

Порядок выполнения арифметических действий определяется **старшинством операций**.

Чтобы **изменить порядок** выполнения действий, применяются **скобки**.



Вычисление значения многочлена

Задача. Возведение в степень. Нужно вычислить значение выражения x^n при заданном **целом положительном n** .

алг **степень**

нач

- . **цел** r, x, n
- . $r := 1$
- . **ВВОД** x, n
- . **нц** n раз
- . . $r := r * x$
- . **кц**
- . **ВЫВОД** r

кон

$n+1$ команд :=

алг **степень**

нач

- . **цел** r, x, n
- . **ВВОД** x
- . $r := x; n := 16$
- . **нц** $n-1$ раз
- . . $r := r * x$
- . **кц**
- . **ВЫВОД** r

кон

17 команд :=

алг **степень**

нач

- . **цел** r, x, n
- . **ВВОД** x
- . $r := x; n := 16$
- . **нц** $div(n, 4)$ раз
- . . $r := r * r$
- . **кц**
- . **ВЫВОД** r

кон

5 команд :=

При **$n = 2^k$** можно вычислять быстрее.



Вычисление значения многочлена

Для **уменьшения количества умножений** при вычислении значения x^n число n **необязательно** должно быть **степенью двойки**.

Упражнение Напишите программу, которая вычисляет число x^6 :

а) за 4 умножения; б) за 3 умножения.

Упражнение Напишите программу, которая вычисляет число x^{10} :

а) за 6 умножений; б) за 5 умножений; в) за 4 умножения.



Вычисление значения многочлена

Упражнение Напишите программу, которая вычисляет число x^6 :

а) за 4 умножения; б) за 3 умножения.

$$r := x$$

$$r := r * x$$

$$r := r * r$$

$$r := r * x$$

$$r := r * x$$

$$r := x$$

$$r := r * x$$

$$r := r * x$$

$$r := r * r$$



Вычисление значения многочлена

Упражнение Напишите программу, которая вычисляет число x^{10} :

а) за 6 умножений; б) за 5 умножений; в) за 4 умножения.

$r := x$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := r * r$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := x$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := r * x$

$r := r * r$

$r := x$

$r := r * x$

$r := r * r$

$r := r * x$

$r := r * r$



Вычисление значения многочлена

Упражнение

Запишите, как
меняется значение
переменной **r** при
вызове процедуры
эффектстепень,
если **x = 3**, а **n = 10**
Подсчитайте число
сделанных при
этом умножений.

```
алг степень
нач
  . цел r, x, n
  . ВВОД x, n
  . r := 1
  . эффектстепень(r, x, n, r, x, n)
  . ВЫВОД r
кон

алг эффектстепень(цел r1, x1, n1, рез цел r, x, n)
нач
  . r:=r1; x:=x1; n:=n1
  . если n > 0
  . . то
  . . . если mod(n1, 2)=0
  . . . . то
  . . . . . n:=div(n, 2)
  . . . . . эффектстепень(r, x, n, r, x, n)
  . . . . . r:=r*r
  . . . . иначе
  . . . . . n:=n-1
  . . . . . эффектстепень(r, x, n, r, x, n)
  . . . . . r:=r*x
  . . . все
  . все
кон
```



Вычисление значения многочлена

Алгоритм «Схема Горнера»

$$r = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

$$r = ((\dots ((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots + a_1)x + a_0$$

Пример

$$r = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 6 = ((2x - 3)x + 5)x + 6$$

при $x = 3$, получим $((2 \cdot 3 - 3) \cdot 3 + 5) \cdot 3 + 6$

$$(6 - 3) \cdot 3 = 9 \quad (9 + 5) \cdot 3 = 42 \quad 42 + 6 = 48$$



Вычисление значения многочлена

Алгоритм «Схема Горнера»

$$r = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

```
алг Горнер
нач
. цел  $i, r, n, x$ 
. ввод  $n$ 
. цел таб  $a[1:10]$ 
. нц для  $i$  от  $n$  до  $1$  шаг  $-1$ 
. . ввод  $a[i]$ 
. кц
. ввод  $x$ 
.  $i := n - 1$ 
.  $r := a[n]$ 
. нц пока  $i > 0$ 
. .  $r := r * x$ 
. .  $r := r + a[i]$ 
. .  $i := i - 1$ 
. кц
. вывод  $r$ 
кон
```

