

## Равновесные выигрышные стратегии

Чтобы построить **выигрышную стратегию**, мы исследовали все позиции игры и выделяли **выигрышные** и **проигрышные позиции**. Но для многих игр существуют стратегии, построение которых не требует исследования всех позиций.

### ПРАВИЛА ИГРЫ *МОНЕТЫ НА ВЕСАХ*

**Начальная позиция.** На каждой чашке весов лежат монеты (сколько именно монет лежит на каждой чашке, устанавливается дополнительными правилами). Все монеты одинаковые.

**Возможные ходы.** На каждом ходу игрок может взять сколько угодно монет с одной чашки.

**Заключительная позиция.** Игра заканчивается, если все монеты закончились. Выигрывает игрок, который забрал последнюю монету.



## Равновесные выигрышные стратегии

Пусть в начальной позиции на каждой чашке лежит по 20 монет. При такой начальной позиции весы находятся в **равновесии** — ведь монет на чашках поровну, и все монеты одинаковые.



**Первый** любым своим ходом это равновесие **нарушит** — он возьмёт монеты только с одной чашки.

## Равновесные выигрышные стратегии

А **Второй** может **восстановить равновесие** — взять столько же монет с другой чашки. Пусть и дальше **Второй** каждым своим ходом **восстанавливает равновесие**. Восстанавливая равновесие на каждом ходу, **Второй** добивается того, что все **равновесные позиции** достаются **Первому**.



Но и заключительная позиция — равновесная (на обеих чашках ничего нет), так что и эта позиция в какой-то момент игры достанется **Первому**. При этом **Первый** уже не сможет сделать очередной ход и проиграет. Таким образом, описанная стратегия является **выигрышной** для **Второго**.

## Равновесные выигрышные стратегии

Стратегию, при которой игрок на каждом своём ходу **восстанавливает равновесие** (т. е. делает позицию равновесной), называют **равновесной стратегией**.

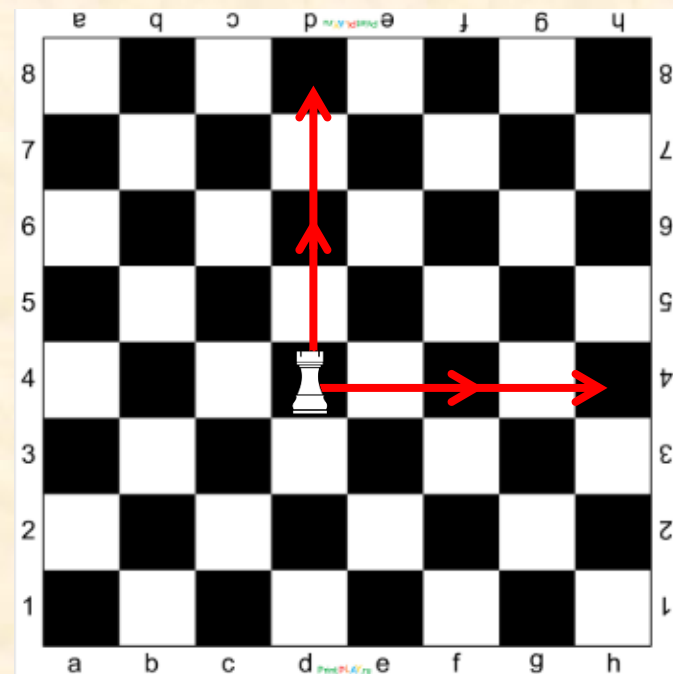
В игре *Монеты на весах*, где начальная позиция **неравновесная** (например, на одной чашке лежит 15 монет, а на другой — 29), равновесную стратегию имеет **Первый**: на первом ходу он должен сделать позицию равновесной (взять 14 монет из 29), а дальше повторять ходы **Второго**, **восстанавливая равновесие**. Эта стратегия выигрышна для **Первого**: он всегда сможет сделать ход, а заключительная позиция обязательно достанется **Второму**.

# Равновесные выигрышные стратегии

## ПРАВИЛА ИГРЫ ЛАДЬЯ

**Начальная позиция.** Игра ведётся на шахматной доске, ладья стоит на одном из полей (на каком именно — устанавливается дополнительными правилами).

**Возможные ходы.** На каждом ходу игрок передвигает ладью на сколько угодно полей вправо или на сколько угодно полей вверх.



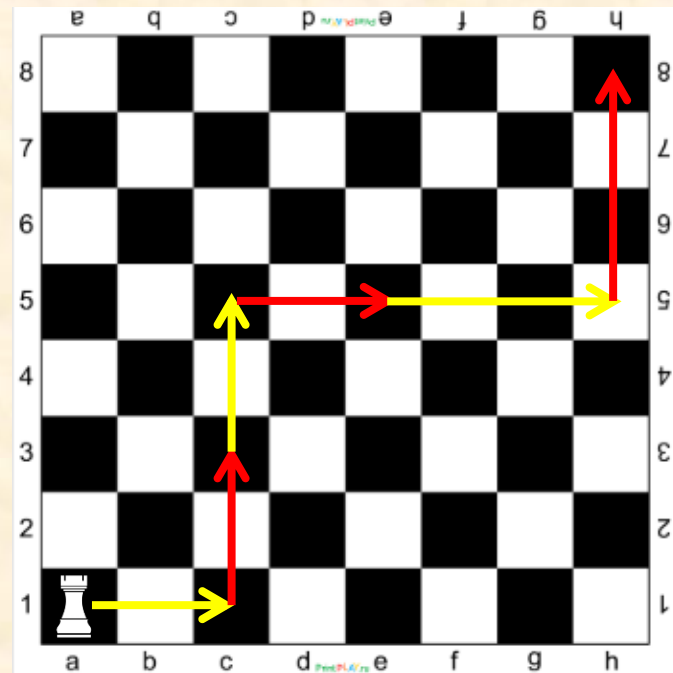
**Заключительная позиция.** Игра заканчивается, если ладья оказывается в правом верхнем углу доски — на поле ***h8***. Выигрывает игрок, который сделал последний ход.

## Равновесные выигрышные стратегии

Для построения **равновесной стратегии** в такой игре нужно сначала **сообразить**, какие **позиции** считать «**равновесными**». При этом важно, чтобы и **заключительная позиция** тоже оказалась «**равновесной**». Можно считать **равновесными** такие **позиции** этой игры, в которых ладья стоит на **чёрной диагонали** шахматной доски.

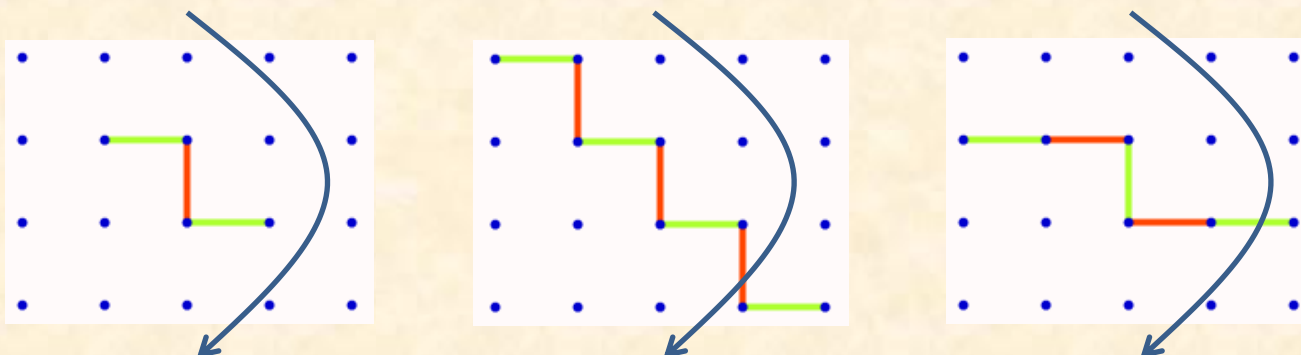
В игре с начальной позицией **a1** равновесная стратегия **Второго** состоит в том, чтобы каждый раз после хода **Первого** возвращать ладью на эту диагональ (и тем самым делать **позицию** снова **равновесной**).

Такая стратегия оказывается выигрышной для **Второго**.



## Равновесные выигрышные стратегии

**Игра Ползунок на поле 5x4.** Начальную позицию этой игры можно повернуть «вверх ногами» — от этого рисунок поля не изменится. Будем считать равновесными и другие позиции, которые не изменяются при таком повороте.



**Первый** следует такой **равновесной стратегии**: на первом ходу он проводит вертикальный отрезок в центре поля (при этом позиция остаётся **равновесной**). А потом после каждого хода **Второго Первого** восстанавливает равновесие: если **Второй** сделал ход на одном конце ползунка (ломаной), то **Первый** проводит отрезок на другом конце и в обратном направлении.

# Равновесные выигрышные стратегии

**Задача 245.** Даны правила игры *Шары и ящики*.

## ПРАВИЛА ИГРЫ ШАРЫ И ЯЩИКИ

**Начальная позиция.** Два открытых ящика, в каждом лежат шары. Сколько шаров в каждом ящике определяется дополнительными правилами.

**Возможные ходы.** На каждом ходу игрок забирает из одного ящика сколько угодно шаров.

**Заключительная позиция.** Игра заканчивается, если очередной ход сделать невозможно — шары закончились. Выигрывает тот, кто сделал последний ход.

Исследуй игру *Шары и ящики* для различных начальных позиций. Кто из игроков обладает выигрышной стратегией? Опиши эту стратегию. Нужно рассмотреть два варианта начальных позиций:

- 1) если шаров в ящиках поровну;
- 2) если шаров в ящиках не поровну.



## Равновесные выигрышные стратегии

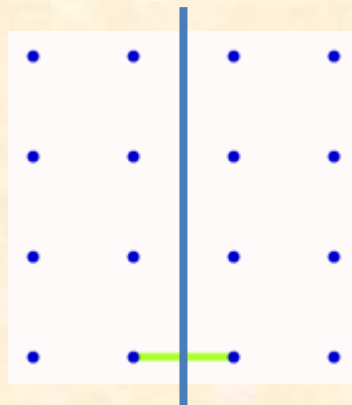
**Задача 246.** Сформулируй равновесную выигрышную стратегию для Первого в игре *Ладья* с начальной позицией *a3*. Приведи пример партии этой игры, в которой **Первый** следует твоей стратегии, — нарисуй путь ладьи в такой партии.

**Задача 247.** В игре *Ползунок* на поле 4x3 существует **равновесная выигрышная** стратегия для **Первого**. Построй последовательность позиций какой-либо партии этой игры, в которой **Первый** следует **равновесной выигрышной стратегии**.

## Равновесные выигрышные стратегии

**Задача 248.** В игре *Ползунок* на поле 4x4 **равновесная выигрышная стратегия** для **Первого** существует. Она получается, если считать равновесными такие позиции, в которых при перегибании поля по синей линии его правая и левая части совпадают. Эта стратегия заключается в зеркальном повторении ходов Второго (представь себе, что зеркало стоит на синей прямой).

Построй последовательность позиций какой-либо партии, в которой **Первый** следует такой стратегии и первым ходом соединяет две средние точки нижнего ряда.



# Равновесные выигрышные стратегии

**Задача 250.** Даны правила игры *МИНУСЫ*.

## ПРАВИЛА ИГРЫ МИНУСЫ

**Начальная позиция.** В строке написано несколько минусов. Сколько именно, определяется дополнительными правилами.

**Возможные ходы.** На каждом ходу игрок переправляет один минус на плюс или два соседних минуса на два плюса.

**Заключительная позиция.** Игра заканчивается, если очередной ход сделать невозможно — минусы закончились. Выигрывает тот, кто сделал последний ход.

Найди **выигрышную стратегию** в игре *Минусы* с начальной позицией **18** минусов и в той же игре с начальной позицией **21** минус.

Определи, кто обладает **выигрышной стратегией**, и опиши эту стратегию для каждой из данных начальных позиций. Теперь попробуй обобщить свои выводы — опиши **выигрышную стратегию** для любой игры *Минусы*:

- а) если начальная позиция — нечётное число минусов;
- б) если начальная позиция — чётное число минусов.

## Равновесные выигрышные стратегии

**Задача 253.** Исследуй игру *Оттесни шашку*. У кого из игроков есть **равновесная выигрышная стратегия**? Сформулируй эту стратегию.

### ПРАВИЛА ИГРЫ ОТТЕСНИ ШАШКУ

**Начальная позиция.** Полоска 1x20 клеток. В крайних клетках полосы стоят белая и чёрная шашки.

**Возможные ходы.** Каждый игрок на своём ходу передвигает свою шашку на одну или две клетки по направлению к середине полосы, если это возможно. Перепрыгивать через шашку противника нельзя. Первый двигает белую шашку, Второй — чёрную.

**Заключительная позиция.** Игра заканчивается, если очередной ход сделать невозможно. Выигрывает тот, кто сделал последний ход.